

УДК 87.061

ББК 167

DOI: 10.46726/H.2021.3.14

*С. Р. Коголовский***ФОРМАЛЬНАЯ ЛОГИКА КАК НОСИТЕЛЬ КРЕАТИВНОСТИ**

В статье характеризуется подход к обучению математике, при котором формально-логические средства являются средствами преобразования способа мышления учащихся и становятся средствами формирования и развития их теоретического мышления. Отмечается, что, вопреки широко известному утверждению Адамара, ценность математической строгости состоит далеко не только в том, чтобы узаконить завоевания интуиции.

**Ключевые слова:** обучение математике; эмпирическое мышление; теоретическое мышление; формальная логика; преобразование способа мышления; креативность.

*S. R. Kogalovskii***FORMAL LOGIC AS A CARRIER OF CREATIVITY**

The article characterizes an approach to teaching mathematics, in which formal-logical means are the means of transforming the way of thinking of students and become the means of forming and developing their theoretical thinking. It is shown that, contrary to the well-known statement of Hadamard, the value of mathematical rigor is not only to legitimize the conquests of intuition.

**Key words:** teaching mathematics; empirical thinking; theoretical thinking; formal logic; creativity; transfiguration of the method of thinking.

Многие учителя математики выражают ее существо тезисом «**Математика — это логика**». При этом они имеют в виду классическую формальную логику и ее роль видят единственно или, по крайней мере, преимущественно в надежных обоснованиях, или доказательствах, теорем. Изучаемые в школе теоремы являются утверждениями, относящимися, в конечном счете, к ведущим понятиям школьного курса математики. Каково происхождение этих понятий? И какие значимые роли играла классическая формальная логика в их становлении?

Следующий ниже вопрос более непосредственным образом относится к проблематике обучения школьников математике. Ведущие понятия школьного курса математики являются его «несущим каркасом». Существенным развивающим средством обучения математике является осуществление процессов их формирования и освоения, строящихся как процессы восхождения от интуитивных представлений к строгим понятиям как к эффективным орудиям поисково-исследовательской деятельности и «средствам производства» таких орудий. Каковы роли формально-логических средств в таких процессах? Прояснение этого вопроса поможет и прояснению вопроса о месте и ролях формально-логических средств в развитии теоретического мышления школьников при их обучении математике.

Но разве последний вопрос нуждается в прояснении? Разве он не решен? *«Формальная логика признает лишь методы рассудочного мышления. Для «развитого» же человека специфично разумное мышление, предпосылкой которого выступает исследование природы самих понятий (рефлексия). Формально-логический подход к мыслительным процессам не вскрывает специфики образования понятий, которая внутренне связана с исследованием самой их природы, с рефлексией»* — говорил В. В. Давыдов [5, с. 61]. Сказанное им согласуется с категоричным «диагнозом» (классической) формальной логике, почти 200 лет назад поставленным Гегелем: *«Так как логические формы в качестве застывших определений лишены связи друг с другом и не удерживаются в органическом единстве, то они мертвые формы и в них не обитает дух, составляющий их живое конкретное единство... Им недостает подлинного содержания»* [4, с. 12].

С тех пор классическая формальная логика претерпела значительное развитие<sup>1</sup>. В научный обиход вошли и другие формальные логики. Но процитированное утверждение Гегеля относимо и к сегодняшней классической формальной логике. Оно истинно для всякой формальной логики, если иметь в виду те ее место и роли, какими виделись место и роли классической формальной логики современникам Гегеля. Оно истинно в таких рамках, как истинно и для языковых форм, например, русского или английского языка, рассматриваемых без обращенности к их отношениям, к семантическим планам, без обращенности к метаязыковым планам, без движения мысли, инициированной этими и многими другими планами. По сути, это имел в виду Гегель: *«Бессодержательность логических форм получается единственно только вследствие способа их рассмотрения и трактовки»* [там же]. Сказанное Гегелем относимо ко всякому одномерному мышлению, безотносительно к тому, каков его предмет. Так, хорошо известны примеры триумфального шествия мертвых костей диалектической логики в трудах демьянов бедных от казенной философии.

И сегодня говорят о несовместимости диалектики (как связанной с движениями, с качественными изменениями) с формальной логикой (как связанной с неизменностью). Но действительно ли диалектика как предмет исследования/освоения несовместима с формальной логикой как орудием исследования/освоения?<sup>2</sup>

Эмпирическое, или рассудочное, мышление является всепроникающим компонентом теоретического, или разумного мышления, функционирующим на всех его уровнях [13]. То же относится к формально-логическим средствам (якобы *«признающим лишь рассудочное мышление»*). Они функционируют и на предметных, и на метапредметных уровнях теоретического мышления, и на метатеоретическом уровне.

Достижения метаматематики, достижения теории моделей преобразили лицо математики и ее прикладные возможности. Сегодня выступить в защиту

---

<sup>1</sup> Можно ли было во времена Гегеля помыслить возможность выражения средствами формальной логики процессности, сопровождающейся существенными изменениями, сегодня могущей быть выраженной на языках исчисления предикатов? Можно ли было во времена Гегеля помыслить саму возможность доказательства принципиальной ограниченности возможностей формальной логики **средствами самой этой логики**, которой *«недостает подлинного содержания»*?

<sup>2</sup> И не помогает ли усмотреть ответ на этот вопрос хотя бы тот факт, что произведения Гегеля представляют неизменные тексты?

формально-логических средств как носителей креативных возможностей значит ломиться в открытую дверь.

Полнокровная реализация креативного начала, несомненно формально-логическими средствами в обучении школьников математике, не может не сопровождаться преодолением извращенного способа обучения, который порождается приверженностью вредной догме, выражаемой тезисом «**Математика — это логика**», понимаемым так, как это описано в начале статьи, и несет блокирование как собственно математического, так и логического развития учащихся. Приверженность этой догме препятствует раскрытию и реализации истинных возможностей формально-логических средств в обучении математике.

Мышление — это многомерный и многоуровневый процесс, включающий и работу внерациональных его форм. Оно не бывает «формально-логическим». Оно есть продукт взаимодействия разных логик<sup>3</sup> и внерациональных форм мышления. А значит, неправомерна (или, по крайней мере, непродуктивна) сама постановка вопроса о месте и роли формальной логики *самой по себе*, рассматриваемой изолированно, а не как компонента, не как механизма мышления, в деле развития мышления учащихся. Рассмотрение же ее как такого механизма помогает, прежде всего, осознать, что она является средством достижения таких «*твердости и определенности в знаниях*» [5, с. 59], которые являются началом восхождения на теоретический уровень мышления, тогда как функционирующая «сама по себе» и при этом обретающая главенствующую роль она превращает достигаемые с ее помощью «*твердость и определенность в знаниях*» в порабощающие догматические, пещерные твердость и определенность, становящиеся не только препятствием восхождению на уровень разумного, теоретического мышления, но и убийцами здравого смысла.

«Что такое предел последовательности?», «Что такое касательная к линии в заданной ее точке?», «Что такое вероятность события?» — уже сама подобная постановка вопроса (не говоря уже о таких постановках вопросов, относящихся к корневым, первоосновным представлениям, как «Что такое число?» и «Что такое линия?»), обращенность к ней рождает смысловой скачок<sup>4</sup>, несущий опредмечивание деятельного, инструментального начала

---

<sup>3</sup> Даже элементарные уровни математической деятельности используют далеко не только классическую логику. Так, в процессе открытия школьником доказательства той или иной теоремы используются разные логики: если само искомое доказательство использует классическую логику, то его поиск следует и интуиционистской логике, а его проверка — конструктивной логике. Поли-логичность мышления не может не стать особым предметом исследований в области дидактики, когнитивистики и эпистемологии.

<sup>4</sup> Здесь естественно процитировать Н. С. Автономову [1]: «*Понимание на высших своих уровнях — это деятельность теоретическая, деятельность связывания идей, установления отношений между ними, приведения их к целостному, системному виду ... Такое понимание не может возникнуть просто из накопления фактов: оно требует перерыва постепенности в этом процессе, того, что может показаться неоправданным и неисповедимым скачком, если бы мы ограничились рассмотрением только одним теоретическим уровнем. ... На уровне более фундаментальных и менее развитых форм осуществляется накопление возможностей... скачка теоретического познания. ... Построение целостностей, или, иначе, понимание, никогда не происходит само собой, автоматически, на основе суммирования наличного материала, но всегда требует отрыва от налично данного, игры фантазии, интуиции, воображения.*»

и посредством этого погружение в пространство более первичных, «корневых» значений и смыслов. Это начало восхождения от обыденных, наивных, синкретичных представлений на уровень теоретического мышления, становящееся и началом восхождения к работе формально-логических средств. Это начало восхождения к работе формально-логических средств, становящееся началом восхождения на уровень теоретического мышления. Это начало овнешнения, начало опредмечивания работы скрытых механизмов мышления, прячущихся за эмпирической формой мышления. Это начало восхождения к строгому понятию. Средством, побуждающим учащихся обратиться к такой постановке вопроса, является обращение к пограничным ситуациям, проявляющим нечеткость, размытость представлений, долженствующих стать прототипом формируемого строгого понятия<sup>5</sup>. Такой их характер делает естественным и продуктивным процесс восхождения к формируемому понятию в духе сократических диалогов (являющихся, по сути, онтогенетическими моделями процессов культурного филогенеза и их продуктов). «Обертонными» таких процессов должны быть процессы постижения их логики. Такие процессы активизируют и развивают у учащихся механизмы анализа и рефлексии, являющиеся характеристическими механизмами теоретического мышления. Они осуществляются как развивающиеся процессы теоретического мышления, протекающие (преимущественно) в форме развивающихся процессов эмпирического мышления.

Сформированное в результате понятие — это модель представлений, являющихся его прототипом (и включающих неявные знания). Оно предстает как продукт выделения подходящей стороны дела в этих представлениях (точнее и шире говоря, — связанной с этими представлениями) как в объекте эмпирического исследования, выявляемой как «существо дела». Это есть теоретическое начало, но не как противопоставляемое эмпирическому, а как «выращиваемое» в его лоне и предстающее в эмпирической форме. Это пока еще скрытое теоретическое начало, пребывающее в «потенциальной» форме. Ему еще предстоит актуализироваться с помощью нового смыслового скачка и проявиться как «явно» теоретическому началу.

*«Твердость и определенность в знаниях»*, несомые сформированным понятием, открывают широкие возможности использования формально-логических средств, а тем самым возможность развивать и испытывать на надежность создаваемые на такой базе орудия поисково-исследовательской деятельности.

Используя термин «формально-логические средства», мы тем самым подчеркиваем, что формальная логика функционирует как семантико-синтаксический инструмент, как неразделимое единство синтаксического и семантического планов при ведущей роли семантического плана, а значит, при ведущей роли смыслового начала и тем самым при ведущей роли механизмов понимания. (Иначе дело обстоит разве лишь в специальных исследованиях, связанных с собственно формально-логическим планом и метаматематикой).

Сформированное понятие как строгое понятие несет в себе новый смысловой скачок, осуществимый при его применениях как «погружение» ставших привычными представлений и отвечающих им способов действий

---

<sup>5</sup> Такие ситуации предстают как контрпримеры по отношению к отправным представлениям, служащие и наращиванию логико-семантических средств, связанных с формируемым понятием.

в новый, необозримый, трансцендентально идеальный мир, мир трансцендирований, идеальный по отношению к ставшему привычным для учащихся математическому миру. Для его освоения необходимы формально-логические средства. Использование сформированного понятия само по себе еще не обеспечивает ни такого скачка, ни строгости. Но «очищающий» способ мышления, «настраиваемый», порожаемый формальной логикой, превращает это понятие в понятие иной природы, в понятие «трансцендентального» характера по отношению к освоенному до этого миру значений и смыслов. Именно в рамках нового мира посредством использования формально-логических средств (включающих и обыденные логико-семантические средства) происходит переосмысление и более глубокое постижение сформированного понятия как продукта преобразования способа мышления и самого предмета рассмотрения. Это начинается с испытания сформированного понятия на работоспособность, являющегося одновременно первичным его освоением. Уже оно приводит учащихся к усмотрению качественно новых возможностей, несомых этим понятием, и к пониманию того, что строгость превращает его в эффективный метод<sup>6</sup>.

Новый мир становится идеальным полигоном для испытаний сформированного понятия на эффективность, для совершенствования его формы, для расширения возможностей его применения, для наращивания его «дальнодействия», для наращивания «дальновидения» субъекта поисково-исследовательской деятельности.

Погружение в такой мир несет возможность столкновений с качественно новыми ситуациями, возможность *конструировать* и исследовать такие ситуации. Это несет развитие фантазии и воображения учащихся, развитие их способностей к креативности, к рефлексии. Это несет развитие их способностей к использованию и развитию самого осваиваемого понятия как орудия поисково-исследовательской деятельности и как «средства производства» таких орудий. Это ведет к общему математическому их развитию, а тем самым к общему интеллектуальному развитию.

Итак, строгость, рождаемая в лоне эмпирического мировосприятия, открывает возможность полноценного функционирования формально-логических средств. И именно эти средства помогают раскрывать неожиданные для учащихся ситуации, не согласующиеся с их исходными представлениями. Они помогают раскрывать в результатах преобразований представлений в строгие понятия результаты ими же рождаемых преобразований строгих понятий в эффективные и широко применимые орудия поисково-исследовательской деятельности и «средства производства» таких орудий в существенно расширенном «мире». Они помогают раскрывать в результатах ими же рождаемых преобразований предметов и орудий эмпирического мышления предметы и орудия теоретического мышления. Тем самым формально-логические средства служат и «проявителем» того, что за эмпирическим мышлением, работу которого венчает сформированное понятие, скрывается теоретическое мышление, «*вскрывающее* <ею же рождаемые> *переходы, движение, развитие*» [5, с. 61]. Они являются необходимыми средствами формирования, освоения и развития ведущих математических понятий.

---

<sup>6</sup> Но, конечно, использование определения сформированного понятия может происходить как формальная, как «техническая» процедура, без участия механизмов понимания, без соотнесения особенностей рассматриваемой ситуации со сложившимися представлениями. В результате учащийся остается в рамках прежних представлений.

Неверно, что формальная логика «признает лишь методы рассудочного мышления». Но верно то, что она «признает методы рассудочного мышления» как продуктивную форму своего функционирования как компонента теоретического мышления, несущего ту высочайшую креативность математической деятельности, которая заставляет говорить о непостижимой эффективности математики.

Было бы неестественно не соотносить все сказанное выше со следующим широко цитируемым тезисом Адамара, звучащим в согласии с процитированными выше тезисами В. В. Давыдова и Гегеля: «Цель математической строгости — ... узаконить завоевания интуиции, и она никогда не имела другой цели» (цит. по [16]). Но действительно ли единственная цель математической строгости (реализуемой использованием формально-логических средств) — узаконить завоевания интуиции? Математическая строгость — это и средство организации знаний в органичную систему, обретающую большую потенцию развития. Освоение ведущих строгих понятий несет и развитие возможностей мыслить свернутыми структурами<sup>7</sup>. Тем самым оно несет нарастание способностей к «дальнодействию» мышления. Строгое математическое понятие, рассматриваемое вместе с идеальным миром, включающим интерпретации этого понятия и (идеальные) орудия их исследования, становится эффективным средством развития этих представлений и методов их исследования, подготавливая новые завоевания интуиции. Принципиально новые возможности, несомые такими средствами, подобны возможностям астробиологии, преображающим не только предметную, но, что особенно важно, метатеоретическую базу геобиологии.

Математическая строгость, процессы восхождения к ней и овладения ею, раскрытие ее продуктивности, ее креативной роли, анализ этих процессов, раскрытие их внутренней логики — это необходимое средство овладения Большой Логикой процессов формирования, освоения и развития строгих ведущих понятий, являющейся стержнем математической, а с нею и общей научной культуры. Приобщение учащихся к этой Большой Логике, раскрытие многомерности и многоуровневости ведущих математических понятий, отражающих сложность механизмов познавательной деятельности, раскрытие посредством этого места и роли *субъектного начала* в математической деятельности, раскрытие гуманитарного существа математики — все это должно стать задачей и школьного и вузовских курсов математики [6, с. 200—201].

Уже из сказанного ясно, что теряет обучение математике без приобщения учащихся к преображающей роли формальной логики, и то, каким должен быть подход к обучению математике, открывающий возможность реализации этой ее роли.

\* \* \*

История математики пронизана прорывами на новые уровни поисково-исследовательской деятельности, сопровождавшимися превращениями внутренних форм математической деятельности. Особенно зримо это проявляется

---

<sup>7</sup> Начальной формой способностей мыслить свернутыми структурами является использование представлений. Уже это говорит о важности стадии обращенности к представлениям, являющимся прототипами этих понятий, как к носителям первичной ориентировки в процессах их формирования и освоения.

в современной математике. «Уходя» от своих изначальных объектов посредством многоступенчатых превращений и самих этих объектов, и способов их рассмотрения, посредством многоступенчатых обращений к идеальным моделям и идеальным методам их исследования, развивающаяся математическая деятельность не уходит от их «существа», а приходит к нему как к творческому продукту в том сильном смысле, в каком его понимал А. Ф. Лосев [15]. Творческий продукт *агенетичен*: его рождение не предопределяется логикой «пренатального» процесса и происходит как смысловой скачок в силу его «несводимости к каким-нибудь другим продуктам, ... его самодовлеющей значимости». Математическая деятельность формирует и развивает это «существо» как эффективные механизмы метапредметной деятельности, как эффективные орудия поисково-исследовательской деятельности и «средства производства» таких орудий (и тем самым как бы возвращается к самим этим объектам, подвергнутым когнитивной и эпистемологической «очистке»). Это «существо» представимо, прежде всего, фундаментальными математическими понятиями.

Рождение превращенной формы отправного предмета исследования, как бы подменяющей его другим предметом, представляющим эффективное орудие его исследования, приводит к превращению его в содержательную почву, движущую силу и средство апробации и развития несомого ею метода. Оно приводит к «очищению» математической деятельности, состоящему в «отрыве» этой формы от той почвы, на которой она рождена, и тем самым к достижению ею «самостояния», к выявлению в ней «истинного» предмета математического исследования.

Теоретический подход к исследуемому полю математической деятельности начинается с формирования *предмета исследования*, являющегося моделью этого поля как *объекта исследования*. Предмет исследования как «очищенная», как идеальная, как продуктивная форма представления его объекта, «скрывающая» «фактический» характер объекта, «уводя» от него, «скрывающая» его «собственные отношения и их прямую взаимосвязь косвенными выражениями» (М. К. Мамардашвили [16, с. 316]), тем самым несет созидание его сущности.

Процесс формирования и развития предмета математического исследования нередко выступает как восхождение от абстрактного предметного к конкретному метапредметному. Он является процессом рождения и исследования превращенной формы объекта исследования. Сформированный предмет исследования вместе с его системой связей предстает не просто как форма «проявления существенных отношений», но как сами существенные отношения (ср. [16, с. 316]).

Способ организации математических знаний скрывает то, что они являются творческими продуктами, скрывает их преобразующий характер. Так, почти две с половиной тысячи лет в «Началах» Евклида видят образец построения учебного курса математики и не хотят видеть того, что «Начала» — итог длительного исторического процесса развития математики, логика организации которого как итога скрывает этот процесс, его «нелогичность», скрывает выдающиеся образцы творческих прорывов, скрывает истинную значимость, «завершающий» характер понятий, которые при такой — апостериорной — форме рассмотрения выступают как начальные [6]. Ведь то, что исторически выступает последним, становится логически первым (Гегель). Постигание особенностей математической деятельности, постижение

природы математики невозможно без учета того, что математические знания являются творческими продуктами. Постигание существа фундаментальных математических понятий, а тем более их освоение, требует погружения в процессы формирования их как творческих продуктов, в процессы их освоения, несущие превращения внутренних форм математической деятельности, работы понимания через практику в смысле С. С. Хоружего [18]. Знания, получаемые погружениями в такие процессы, являются Живыми Знаниями. В таких процессах формально-логические средства становятся носителями креативного начала.

Важнейшей задачей обучения математике в средней школе является способствование освоению учащимися строгих математических понятий и как предмета изучения, и как носителей методов и средств их обоснования, и как форм представления стратегий поисково-исследовательской деятельности, как несущего каркаса математических знаний. Поэтому важнейшим направлением исследования продуктивных методов обучения математике является формирование такого подхода к обучению, который способствовал бы успешному решению этой задачи (прежде всего, как задачи осуществления переходов от «натуральных» к «культурным» формам мышления).

Переход от интуитивных представлений, от прото-понятий, или житейских понятий, к строгим понятиям — *«это не дальнейшее движение в том же направлении, не его завершение, а начало нового направления, переход в новый и высший план мысли»*, это преобразование мыследеятельности, преобразование ее внутренней формы. *«Понятие — <это> сложный и подлинный акт мышления... который... требует, чтобы мысль <учащегося> поднялась в своем внутреннем развитии на высшую ступень»* (Л. С. Выготский [3]). В следовании этому — путь построения такой системы обучения математике, которая не только снимает многие трудности обучения, но и способствует более далеко идущему математическому и общему интеллектуальному развитию учащихся. Это путь, требующий не просто освоения формально-логических средств как средств обоснования открываемых результатов. Он требует освоения этих средств как средств преобразования способа мышления, как несущих креативное начало.

В названных ролях формально-логические средства выступают не только тогда, когда строгое понятие уже сформировано, что открывает полнокровные возможности их использования. В заметной степени эти средства используются уже в процессах восхождения к таким понятиям от их «житейских» истоков (см.: [8, 10, 12]).

Строгое понятие вначале мыслится лишь в рамках опыта использования интуитивных представлений или полуинтуитивного понятия, являющегося его прототипом, в рамках уже сформированного пространства процедур, значений, смыслов и ценностей. Многое из того, что связано с этим опытом, «имеется в виду», хоть и не оговаривается явно, а часто и не осознается. Но применение к определению понятия способа мышления, рождаемого формально-логическими средствами, «очищает» понятие от всего неявного и превращает его в понятие существенно иной природы, в понятие «трансцендентального» характера по отношению к сформированному пространству значений и смыслов, и в рамках нового, идеального пространства происходит переосмысление и более глубокое постижение строгого понятия. И это понятие несет в себе качественно иные возможности, чем просто уточнение. Использование формально-логических средств порождает метаморфозу



строгого понятия как продукта «уточнения» в продукт творческого акта, в понятие, имеющее иное содержание, в понятие, предполагающее иную позицию рассмотрения, в понятие, относящееся к иному смысловому пространству. Надконтекстуальность его как строгого понятия ведет к развитию его как понятия поликонтекстуального, а тем самым к развитию интуиции, к развитию взаимодействующих с ним образов, к развитию этого целого, к наращиванию потенции его развития, а тем самым к наращиванию потенции развития самого понятия.

Та строгость, которая в математической деятельности достигается посредством формально-логических средств вместе с несомым ими абстрагированием, превращает последнее в *трансцендирующее* абстрагирование. Именно оно рождает смысловые скачки. Прежде всего, оно, несет преобразования способов мышления, превращения его внутренних форм. Прежде всего, оно способствует развитию механизмов понимания. Прежде всего, оно способствует восхождению на новые уровни понимания.

Напомним, что говоря о формально-логических средствах, отнюдь не в последнюю очередь мы имеем в виду логико-семантические средства. К ним относится, в частности, использование контрпримеров. Как правило, последние используются как средство решения вопросов собственно логического характера. Но не менее важны как средство развивающего обучения контрпримеры другого рода, а именно примеры таких моделей ведущих математических понятий, которые не согласуются с первичным опытом их усвоения, как бы противоречат сложившимся представлениям или при всей их естественности воспринимаются учащимися как неожиданные. Такие контрпримеры являются эффективным средством развития их интуиции, средством уточнения их образных представлений, связанных с изучаемыми понятиями. (Роль таких контрпримеров играют и контрпримеры первого рода). Мышление — это *«процесс непрерывно совершаемого взаимного перевода с языка образов на символически-операторный язык»* (Л. М. Веккер [2, с. 134]). А значит, мышление, предмет которого связан с этими понятиями, не будет развиваться без развития его образного компонента. В [7, 8, 9] приводятся сценарии процессов формирования и освоения ведущих понятий, относящихся к началам анализа. Их необходимыми (и органичными) компонентами являются такие контрпримеры.

Если понятия, относящиеся к началам анализа, представляют виды отношений, определяемые в структуре действительных чисел, то понятие евклидовой геометрии представляет вид (класс) целостных структур, являющихся моделями этого понятия, в которых первичные геометрические понятия имеют, вообще говоря, иные смыслы, чем в привычной, стандартной его модели. Даже модели, изоморфные этой привычной модели, образуют необозримое множество структур, являющихся разноприродными геометрическими мирами. Уже все это говорит о важности логико-семантических средств освоения евклидовой геометрии и об ином характере их использования, чем при изучении начал анализа. Освоение того или иного поля математической деятельности — это и освоение связанного с ним логического плана как взаимодействий синтаксического и семантического планов, как их единства, как определенной формы проявления этого единства.

Со всем этим не может не соотносываться методология обучения математике. Только такое соотношение открывает возможность реализации креативного начала, несомого формально-логическими средствами. Только

такое сообразование превращает получаемые учащимися математические знания в Живое Знание. Оно достигается осуществлением процессов формирования и развития ведущих понятий школьного курса математики, но не таким, какое, по сути, представляло бы лишь объяснительное средство, направленное на усвоение формируемых понятий и научение использовать их посредством соответствующих упражнений, а таким, которое является освоением их как Живого Знания, как эффективных орудий поисково-исследовательской деятельности и «средств производства» таких орудий. Для этого процессы формирования и развития ведущих понятий должны выстраиваться как процессы многомерной поисково-исследовательской деятельности самих учащихся (направляемой и корректируемой учителем). Осуществление таких процессов как направляемых метапредметным уровнем и протекающих под постоянным его контролем несет учащимся восприятие их как целостностей, системное их восприятие, и тем постижение их внутренней логики. Ведущее математическое понятие как продукт такого процесса выступает и как предмет и как метод, и как орудие исследования и как «средство производства» таких орудий, и как субъект и как предикат.

Такие процессы являются и средством более качественного освоения школьного курса математики как «части физики». Ведь метапредметный уровень может и должен не только надстраиваться как «верхний этаж» над освоенными знаниями как знаниями предметного уровня, но и быть эффективным средством освоения самих этих знаний. Не менее важно и то, что такие процессы являются эффективным средством приобщения учащихся к математическому моделированию. Такое обучение закладывает потенцию далеко идущего интеллектуального развития учащихся и тем самым в большей мере отвечает и гуманитарным целям и потребностям современного социума. При таком обучении учащийся становится не только каменщиком, но и архитектором своего интеллекта.

Такому обучению отвечает *онтогенетический подход* к обучению математике, представленный, в частности, в статьях [6, 7], в ряде статей автора в журнале «Школьные технологии» и монографиях [8, 9, 12]. При таком подходе подлежащие освоению математические знания, умения, навыки выступают для учащихся «не как совокупность общественно эталонизированных знаний, умений и навыков, а как открытая многомерная система проблемно-творческих задач» (В. Т. Кудрявцев [14, с. 63]). Посредством этого формально-логические средства, являющиеся инструментом, орудием логики познания, становятся орудием логики становящегося субъекта учебной деятельности.

\* \* \*

«Математика — часть физики» — это было однажды высказано В. И. Арнольдом. «Математика — часть физики» — повторяют с тех пор многие представители педагогического сообщества, игнорируя при этом тот контекст, в котором это было высказано В. И. Арнольдом. Если математика — часть физики, то естественно обучать математике в рамках обучения физике. Но разве не очевидны те невосполнимые потери, которые понесло бы обучение математике в таких рамках? И не говорит ли это о том, что математика не есть часть физики?

Очевидно, что средняя скорость (плавного, без рывков) движения материальной точки на временном отрезке совпадает с ее мгновенной скоростью в некоторый внутренний момент этого отрезка. Это положение можно отнести к математике, понимаемой как часть физики. Надконтекстная, «очищенная», «логизированная» форма этого положения предстает как теорема Лагранжа о конечных приращениях, несущая широко действующий эффективный метод исследования функций. Естественно ли ее относить к части физики?

Не далеко ушла бы физика без использования математических методов. Но отнюдь не менее существенно то, что сам язык физики — это в значительной степени язык математики. Так дело обстоит с языками многих наук. Язык математики — это значимая часть языка Культуры. Это язык, который непосредственно или опосредованно обращает к фундаментальным математическим понятиям, образующим «несущий каркас» математики. Выступая в качестве «средств производства» разнообразных орудий математической деятельности как деятельности поисково-исследовательской, фигурируя в необозримо широком разнообразии контекстов и в предметных и в орудийных ролях, эти понятия тем самым проявляют свою метапредметную и метаорудийную природу, свою *надконтекстную* природу. Тем самым они зримо демонстрируют свое логическое существо. Они функционируют как компоненты логики поисково-исследовательской деятельности. **Математика — это Логика.** Это логика поисково-исследовательской деятельности<sup>8</sup> вместе с металогикией, вместе со «стратегическими» и «техническими» средствами ее реализации<sup>9</sup>. Это взаимодействия разных логик. Это их единство. Выступая в логической ипостаси, математика включает в себя классическую формальную логику и как необходимый ее компонент и как механизм ее «само»-развития.

Очевидна ценность такого обучения математике, которое отвечало бы ее роли Логике, такого, при котором математика представала бы не только как Продукт применения логических средств (сплавленных с творческим началом), но и как сами логические средства.

Кричаще неправомерно говорить о логике как о части физики. Но правомерно говорить о частной но важной ипостаси математики как о части физики. И математика в такой ипостаси является предметом обучения в школе не только при обучении физике. Но качественно иной дух, несущий намного более далеко идущее развитие учащихся, обучение ей обретает в контексте обучения математике как логике.

---

<sup>8</sup> Эта характеристика математики скрывается за ее характеристикой в [10, с. 33]. См. также [11].

<sup>9</sup> Говоря о первых, мы имеем в виду логику исторических процессов формирования понятий, входящих в этот «несущий каркас», «очищенные» в том смысле, в каком логическое является «очищенным» историческим. Математика — это не только логика актов. Это, прежде всего, логика процессов. Фундаментальные математические понятия представляют их стратегические планы. Обращенность к «очищенному» историческому процессу формирования такого понятия — это обращенность к внутренней форме соответствующей стратегии и к представляющей эту стратегию логической форме.

## Список литературы

1. Автономова Н. С. Метафорика и понимание // Загадка человеческого понимания. М., 1991. С. 95—112.
2. Веккер Л. М. Психические процессы. Т. 2. Л.: Издательство ЛГУ, 1976. 342 с.
3. Выготский Л. С. Мышление и речь // Выготский Л. С. Собрание сочинений. Т. 2. М.: Педагогика, 1982. С. 5—361.
4. Гегель Г. Ф. Наука логики. Т. 1. М.: Мысль, 1970. 504 с.
5. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. М.: Интор, 1997. 544 с.
6. Когаловский С. Р. О развивающем обучении математике / Когаловский С. Р., Шмелева Е. А., Герасимова О. В. Путь к понятию (От интуитивных представлений — к строгому понятию). Иваново, 1998. С. 192—205.
7. Когаловский С. Р. О ведущих планах обучения математике // Педагогика. 2006. № 1. С. 39—48
8. Когаловский С. Р. Поиски метода и методы поиска. Шуя: Шуйский гос. пед. ун-т, 2006. 368 с.
9. Когаловский С. Р. Развивающее обучение математике как преобразующее обучение. Иваново: Иваново, 2010. 208 с.
10. Когаловский С. Р. Математика в свете идеи моделирования. Идея моделирования в свете математики. 2-е изд., расш. Иваново: Иван. гос. ун-т, 2017. 258 с.
11. Когаловский С. Р. О природе математики// Философские науки. 2017. № 6. С. 80—95.
12. Когаловский С. Р. Онтогенетический подход к обучению школьников математике. Иваново: Иван. гос. ун-т, 2018. 316 с.
13. Когаловский С. Р. О традиционном и развивающем обучении математике // Научный поиск. 2020. № 3 (37). С. 11—21.
14. Кудрявцев В. Т. Продуктивное воображение и психологическое развитие ребенка // Первые чтения памяти В. В. Давыдова: сборник выступлений. Рига: Педагогический центр «Эксперимент», 1999. С. 57—100.
15. Лосев А. Ф. Диалектика творческого акта (краткий очерк) // Контекст 1981. М.: Наука, 1982. С. 48—78.
16. Мамардашвили М. Как я понимаю философию. М.: Прогресс, 1990. 368 с.
17. Меморандум американских математиков // Математика в школе. 1964. № 4. С. 90—92.
18. Хоружий С. С. Подвиг как органон. Организация и герменевтика опыта в исихатской традиции // Вопросы философии. 1998. № 3. С. 35—118.